研究論文：報告 RESEARCH REPORT
Received November 10, 2005; March 15, 2006

17種のウォールペーパー・パターンについての形体表現案

Figurations of Mine on "17 Kinds of Wallpaper Patterns"

● 藤田伸
リピートアート
Fujita Shin
Repeat Art

● Key words: 17 Kinds of Wallpaper Patterns, Symmetry, Pattern Design

要旨

本研究は、"17種のウォールペーパー・パターン"という数学のトピックスを、デザインの課題として取りあつかったものである。このトピックスを説明するにあたり、数学者たちはそれぞれの17図版を提示しているが、それらは数学を学ぶ者を対象に描かれたもので、デザイナーが模様を手がける際の手引きとはなりがたい。"17種のウォールペーパー・パターン"をデザインの世界で役立てるためには、数学者ではなくデザイナーによって描かれた17図版が望ましい。本研究では、デザイナーの創作に直接役立つ17図版の考案をこころみた。図版考案に際しては、今から100年以上前に『パターン・デザイン』をあらわしたルイス・デイより、図版における創作姿勢を見習った。本研究では17図版それぞれに、①ひとつのモチーフでの展開例、②複数のモチーフでの展開例、さらに③アルファベット文字をもちいた展開例をしめすことができた。

Summary

This study handles the mathematical topic called "17 Kinds of Wallpaper Patterns" as a design topic. Mathematicians have provided 17 respective figures for describing this topic. However these were drawn for students of mathematics and will not serve as a guide for designers that work with patterns. To make "17 Kinds of Wallpaper Patterns" useful to the design world, the 17 figures should preferably be made by designers rather than mathematicians. This study attempted reviewing 17 figures that could prove directly useful to designers in their creations. This review relied a great deal upon techniques for applying patterns to designs as described in the book "Pattern Design" written more than 100 years ago by Lewis Day. Our study was able to show actual examples applying one motif, multiple motifs, and moreover, examples using alphabetic characters for each of the 17 figures.

1．研究の目的と背景

デザイナーが、あるモチーフを使ってくり返しパターンを展開させるとき、いくつかの移動方法がためされる。そのとき、平面上にくり返す移動方法は17種類あること、そしてそれぞれの特徴を事前に把握しておくことは、豊かな制作の手がかりとして役立つに違いない。またそれを知ることで、自由な発想が妨げられることは、決してないであろう。

本研究の目的は、これから模様展開を手がけるデザイナーに対して、その17種類の移動方法と特徴が、一目で把握できるような17図版を考案することにある。いわばデザイナーによるデザイナーのための17図版考案である。

平面上にくり返されるあらゆる模様は「対称性」をキーワードに分類すると17種類あることが、1891年、ロシアの結晶学者フェドロフによって証明された。そして1924年、ハンガリーの数学者G.ポリヤによって、はじめてこの17種類が図版でしめされた（図1）。当時、G.ポリヤの17図版に特別な関心を抱いたなかに、オランダのアーティスト、M.C.エッシャーがいた。M.C.エッシャーは、地質学教授であった異母兄のピエール・エッシャーから参考までに科学論文を取り寄せていたが、論そのものには理解をしめさなかった。ただ科学論文に掲載された図版だけに関心をはらっていたようである。そのなかにG.ポリヤの論文があり、添えられた図版を深く研究することで、そのほとんどを学びとることができたらしい［注1］。そして、独自のしきつめパターンに応用させていったのである。

多くの科学者の場合、あくまでも論が主であり、図版は従にすぎないかもしれない。しかしアーティストやデザイナーの場合、時には論より図版を重視することもありうる。M.C.エッシャーのように、図版のみで内容を掌握しイマジネーションに役立てるケースも出てくるのである。ただM.C.エッシャーの場合は、G.ポリヤと似たような研究を数学とは異なる目的で進めていた下地があったので、G.ポリヤの17図版を吸収できたことはたしかである。もしもエッシャーのような下地を持たないアーティストやデザイナーたちが、G.ポリヤの17図版だけで移動方法をすべて掌握することは困難であろう。なぜならばG.ポリヤの17図版は、今日いわれるところのユーザーインターフェイスを念頭に描かれたものではないからである。

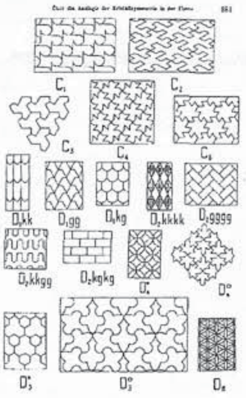


図1
G. ポリヤの 17 図版

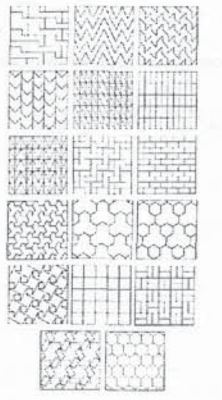


図2
H. ヴァイルの 17 図版

タイプ	格子の形	回転の最小角	鏡映軸	自明でないすべり鏡映軸	分類のための補助的性質
p1	平行四辺形	360°	なし	なし	
pg	長方形			あり	
pm	長方形		あり	なし	
cm	菱形			あり	
p2	平行四辺形	180°	なし	なし	
pgg	長方形			あり	
pmm	長方形		あり	なし	
pmg	長方形			あり	鏡映軸が全て平行である
cmm	菱形				直交している鏡映軸がある
p3	六角形	120°	なし	なし	
p3m1	六角形		あり	あり	1/3 回転の中心は全て鏡映軸の上にある
p31m	六角形				鏡映軸の上にない 1/3 回転の中心がある
p4	正方形	90°	なし	なし	
p4m	正方形		あり	あり	1/4 回転の中心は全て鏡映軸の上にある
p4g	正方形				鏡映軸上にない 1/4 回転の中心がある
p6	六角形	60°	なし	なし	
p6m	六角形		あり	あり	

表2　D. シャットシュナイダーのリスト

記　号	生　成　元
p1	2つの併進
p2	3つの半回転
pm	2つの鏡映と1つの併進
pg	2つの平行な併進鏡映
cm	1つの鏡映とそれに平行な併進鏡映
pmm	長方形の4辺を軸とする鏡映
pmg	1つの鏡映と2つの半回転
pgg	2つの垂直な併進鏡映
cmm	2つの垂直な鏡映と1つの半回転
p4	1つの半回転と1つの 1/4 回転
p4m	三角形（45°，45°，90°）の3辺を軸とする鏡映
p4g	1つの鏡映と1つの 1/4 回転
p3	2つの 120° 回転
p3m1	1つの鏡映と1つの 120° 回転
p31m	正三角形の3辺を軸とする鏡映
p6	1つの半回転と1つの 120° 回転
p6m	三角形（30°，60°，90°）の3辺を軸とする鏡映

表1　コクセターのリスト

2．数学者たちの描く 17 図版

G. ポリヤが 1924 年に 17 図版をあらわして以後、多くの数学者たちが、それぞれの 17 図版をあらわしてきた。それらの図版は、誰に対して何の目的で描かれたのか、たしかめてみたい。

デザインの世界にいちはやく“17 種のウォールペーパー・パターン”の情報を紹介したものに、海野弘著『装飾芸術論』［注 2］があるが、そこでは数学者 H. ヴァイル著『シンメトリー』やコクセター著『幾何学入門』などの本が引用・紹介されている。そこで『シンメトリー』の模様に関するページをみると、イスラム建築の装飾写真が2点、模様図版が6点（敷石1・エジプト1・イスラム4）が掲載され、次の文章に行き着く。

「この模様のいくつかを分析できるといいのだが、しかし、その研究のためには、17 個の模様の群に明白な代数的表現をあたえることが必要となる。この本の目的は、個々の模様の群論的分析よりは、模様と結晶の形態の底にある、一般的な数学的原理を明白にすることである。時間がないので、抽象と具体の双方を平等にあつかうことができなかった」

そして巻末に図2の 17 図版のみ提示されており、

「17 個の群を図式的にあらわすと、つぎのようになる。そのおのおのについて、どれだけのシンメトリーがあるかをいちいちあたってみるとよい」

とだけある［注 3］。次に『幾何学入門』をみると、第3章ユークリッド平面の等長変換、第4章2次元結晶学に、くり返し模様に関する数学の教科解説と練習問題があり、巻末に2次元結晶群の 17 個の空間群として表1が参考提示されている［注 4］。

この『幾何学入門』は一般向けに書かれた本ではなく、大学で数学を学ぶ者対象に書かれた数学教本である。一方『シンメトリー』は、広い読者を想定して書かれたとあるが、群論入門書であり数学のサブテキストであることに変わりはない。

実はデザインの世界に“17 種のウォールペーパー・パターン”の情報がもたらされたといえども、多くの場合、H. ヴァイルやコクセターなどの数学者たちによる情報をそのまま引用・紹介する範囲を越えていない。つまり、断片的な情報しかデザインの世界にもたらされていないのである。コクセターが提示した表1については、『美の幾何学』に伏見康治によるわかりやすい解説がしめされているが［注 5］、今日ではより洗練されたリストも提示されている（たとえば表2）。しかし表2でさえも、デザイナーが活用できる情報としては隔たりがある。

図3に、数学者たちが提示した主要な 17 図版を並べた。上から順に、1列目の 17 図版は、G. ポリヤの論文に載せられたもので（図1）、D. シャットシュナイダー著『エッシャー・変容の芸術』［注 6］、イアン・スチュアート著『対称性の破れが世界を創る』［注 7］などに掲載されている。

2列目の 17 図版は、A. スパイザーによる数学教本『Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung』［注 8］に提示されたもので、E.H. ゴンブリッチ著『装飾芸術論』［注 9］、広部達也・武内照子著『デザインの図学』［注 10］などに掲載されている。

3列目の 17 図版は、H. ヴァイルによる『シンメトリー』に提示されたもので（図2）、前述『装飾芸術論』、佐口七朗著『パターンデザイン』［注 11］、難波誠著『群と幾何学』［注 12］などに掲載されている。

4列目の 17 図版は、グリュンバオム&シェファードによる数学研究書『TILINGS AND PATTERN 』［注 13］に提示されたもので、アイヴァース・ピーターソン著『現代数学ミステリーツアー』［注 14］、キース・デブリン著『数学：パターンの科学』［注 15］などに掲載されている。

5列目の 17 図版は、R. ビックスによる数学教本『Topics in Geometry』［注 16］に提示されたもので、難波誠著『幾何学 12 章』［注 17］などに掲載されている。この他にも、数学者があらわした 17 図版が文献やインターネット上で、さまざまに公表されている。

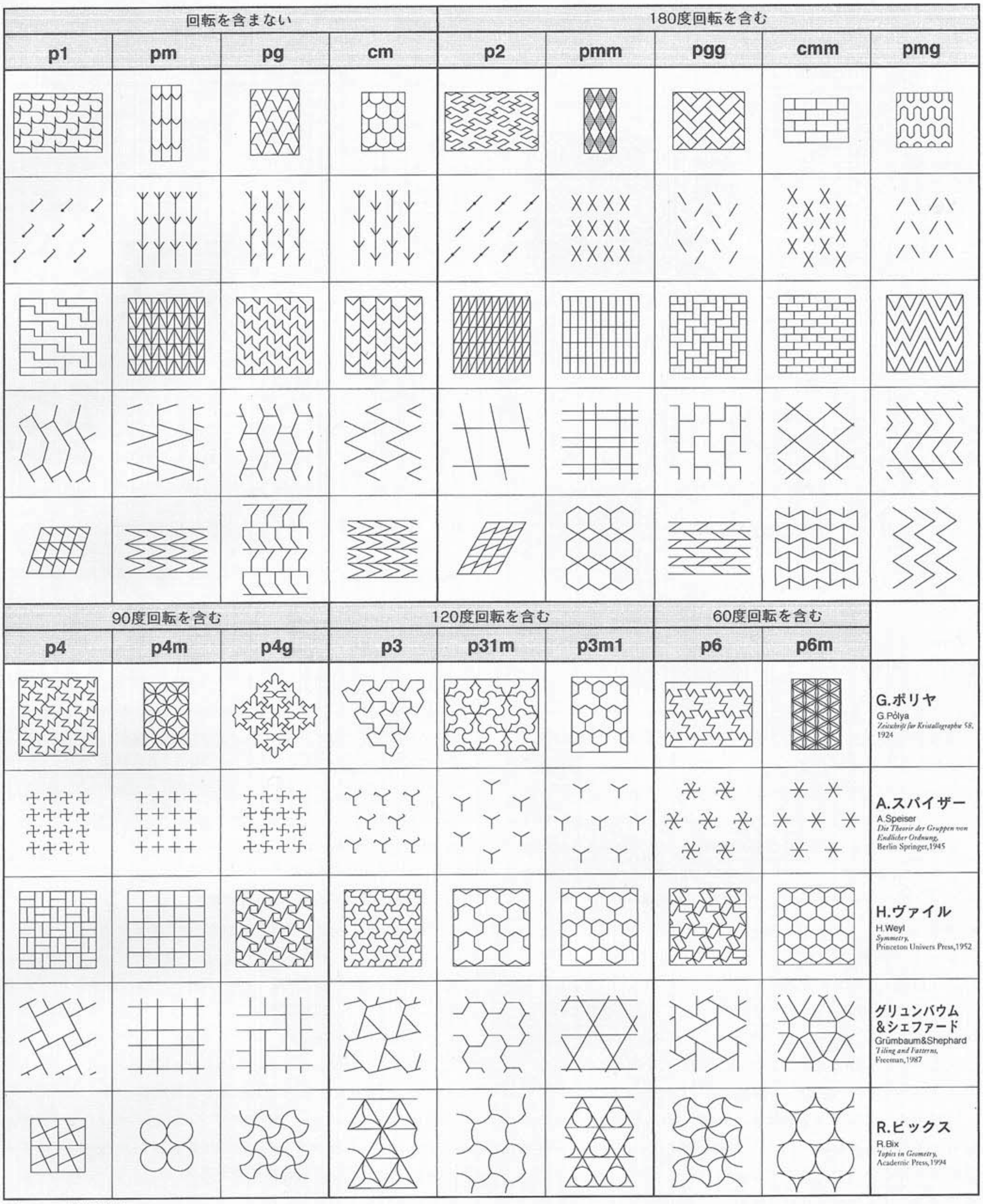


図3 17図版比較

上記、図3の17図版は、いずれも数学を学ぶ（研究する）者を対象に描かれた教材（題材）であることがあきらかである。図3では縦の列の「対称性」が共通している。これを模様作りの言葉であらわすと、縦の列のはすべて同じ移動操作できたパターンである。さて図3の17図版を参考に、デザイナーがあるモチーフを模様展開させることができるであろうか。おそらく困難であるに違いない。図3の17図版は、そのようなガイダンスに配慮して描かれているわけではないからである。

なお、この“17種のウォールペーパー・パターン”においては、彩色の「対称性」は含まれていない。

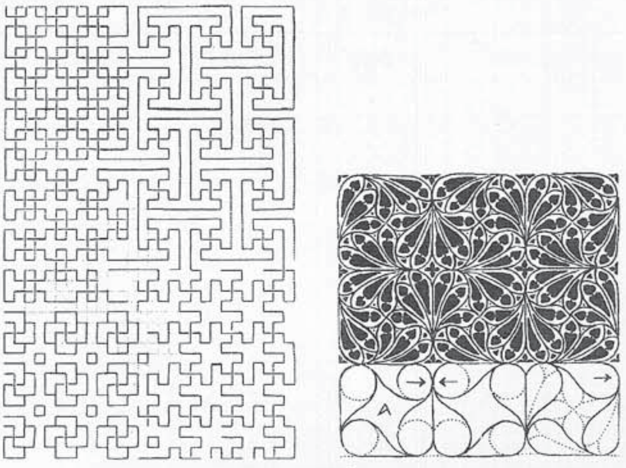


図4　ルイス・デイの図版

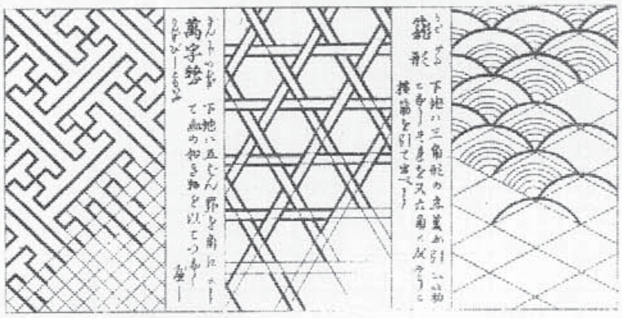


図5　江戸の手引き書

3．ルイス・デイの『パターンデザイン』

模様の作り方について、今から100年以上前に書かれ、今でも出版が引き継がれ、読み続けられている本がある。それがルイス・デイの『パターンデザイン』[注18] である。

1845年に生まれたデイは、はじめはステンドグラスのデザイナーからスタートし、やがて1884年のアート・ワーカーズ・ギルドや1888年のアーツ・アンド・クラフツ運動の設立会員になるなど、装飾デザイナーとして活躍した。同時に装飾デザインの手引き書も多くあらわした。自らがデザイナーであるデイは、デザイナーが欲するツボどころをよく心得ていたと思われる。たとえば図4-aでは正方形グリッドをベースに、いかようにもパターンが描けることが一目で掌握できる。また図4-bでは、上3分の2をみる限り、初心者にはとても手が出せないような複雑なパターンが描かれているが、下3分の1には初心者を安心させるタネあかしが提示されている。『パターンデザイン』には、このような図版が満載されている。デイと同時期、数々の模様の手引き書が出版された。そのなかにはデイよりも示唆に富んだ解説をあらわしたものがあったかもしれない。しかし図像を言語とするデザイナーに対して図像をもって説くというコミュニケーションの的確さにおいて、デイの図版アイデアを凌ぐものはなかった。『パターンデザイン』が今なおお読み継がれている理由は、この図版にあるに違いない。同時に的確な図版とはいかにあるべきかを、私たちにしめしているようにも思える。

デイが『パターンデザイン』を書いた当時は、江戸の美術品が博覧会などで紹介され、話題になっていた時期でもあった。さまざまな美術品とともに入り込んできた図5のような江戸の

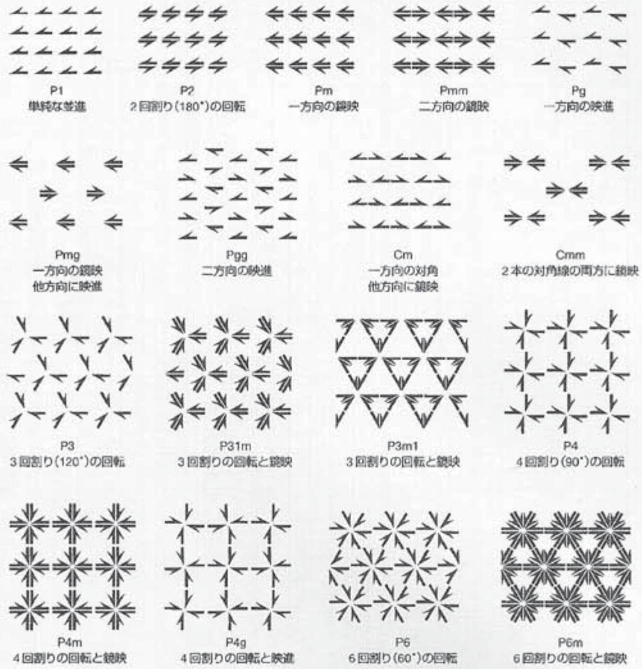


図6　ひとつのモチーフでしめされた17図版例

模様手引き書も、1970年前半からロンドンでは容易に入手できらしい「注19]。デイは日本の模様に高い関心をしめしていたので、このような手引き書も入手していたに違いない。デイの図4と江戸の手引き書である図5をくらべてみると、ひとつの図版のなかで完成図と下図がリンクしあい同時におさまっている点において、同じアイデアの図版であることがわかる。したがって江戸の図版アイデアが、デイに引き継がれた可能性は充分にあるといえそうだ。

デイと同時期に"17種のウォールペーパー・パターン"があきらかにされたが、一般化にはほど遠く、デイの著作にその情報が活かされなかったことが惜しまれる。

4．模様制作のための17図版考案

模様制作者に役立つ17図版とはいかにあるべきか。近年のデザイン関連書には図6のように、ひとつのモチーフで展開された17図版が紹介されている［注20]。これは前頁、図3の17図版にくらべて、模様制作者にはわかりやすい。矢印のかたちをガイドに、別のモチーフを置き換えることができるからである。ただし、できあがる模様の全体像が想像できない。そこで本縞では、模様の全体像をも把握できる図版を探った。

17種のウォールペーパー・パターンにおいては、まずはじめに4つの基本移動操作を覚えておく必要がある。図7の並進、鏡映、すべり鏡映、回転移動である。並進とは、素朴な平行移動と解釈してよい。次に鏡映であるが、素朴な鏡映とすべり鏡映の2種類ある。このすべり鏡映というのは中学高校の数学において用語として登場しなかった図形移動であり、馴染まれていない。しかし図7にある通り、鏡映像が鏡映軸にそってスライドする移動操作なので、難しい移動ではない。回転移動は、図7にある180度、120度、90度、60度の種類である。以上4つの基本移動操作の組み合わせが17通りあるということである。次に、模様が平面上にくり返されるということは、何かしらの

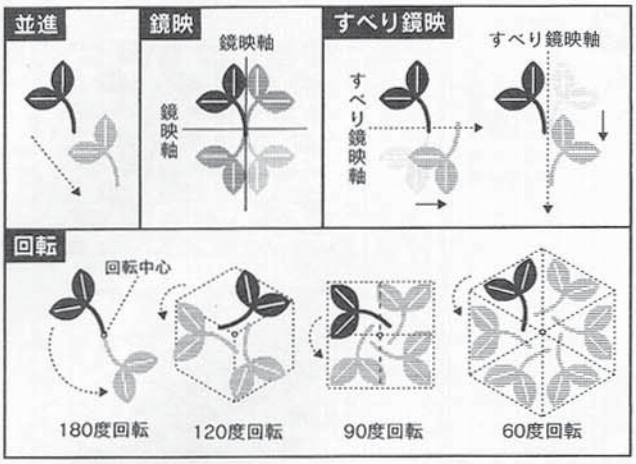


図７　基本移動操作

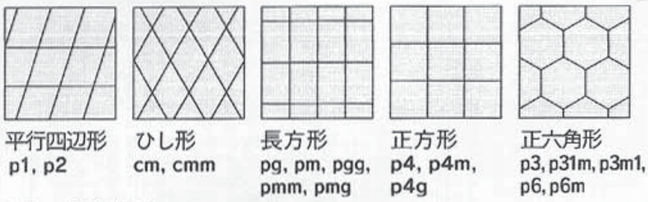


図８　基本格子

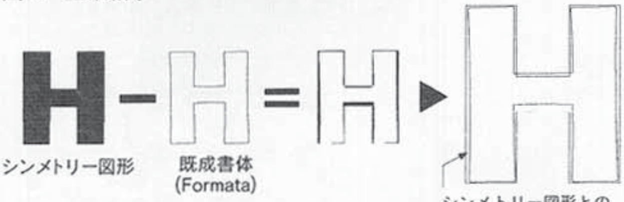


図９　アルファベット既成書体の注意点

基本格子に上に展開されることに他ならない。17種のウォールペーパー・パターンにおいては、図8の5つの格子が基本となる。この場合、平行四辺形は長方形や正方形を含み、長方形は正方形を含む。

モチーフには図7の方向性のある二葉の芽をもちいることにした。このモチーフを別のモチーフに置き換えれば、ただちにオリジナル模様が描ける。また模様の場合、単独のモチーフ展開のみならず、複数のモチーフで展開するケースもありうる。そこで17種、それぞれに複数のモチーフで展開した例も同時に載せることにした。なお近年はシンボルマークやイニシャルを使ったパターンが数多くあらわれているので、参考までにアルファベットの一文字をもちいて展開させた例も載せた。

アルファベット使用に際して、既成書体においては、一見シンメトリーにみえる文字でも厳密には違う場合があるので注意したい。既成書体の多くは、書体設計段階で視覚補正のための微修正が施されている。特に著名な書体デザイナーによる欧文書体には、意図的にシンメトリーがくずされている場合が多い[注21]。そのため本稿図版で展開したC、L、M、T、V、Yは、既成書体を使用することなく独自に文字を作成している。

４．１．　模様制作のための17図版補足

さて図10より模様制作のための17図版をそれぞれ載せる。はじめにp1であるが、bの複数のモチーフ展開例はテキスタイルリピートでハーフステップ送りといわれる方法である。市場に出回っている模様の大半は、このハーフステップ送りあるい

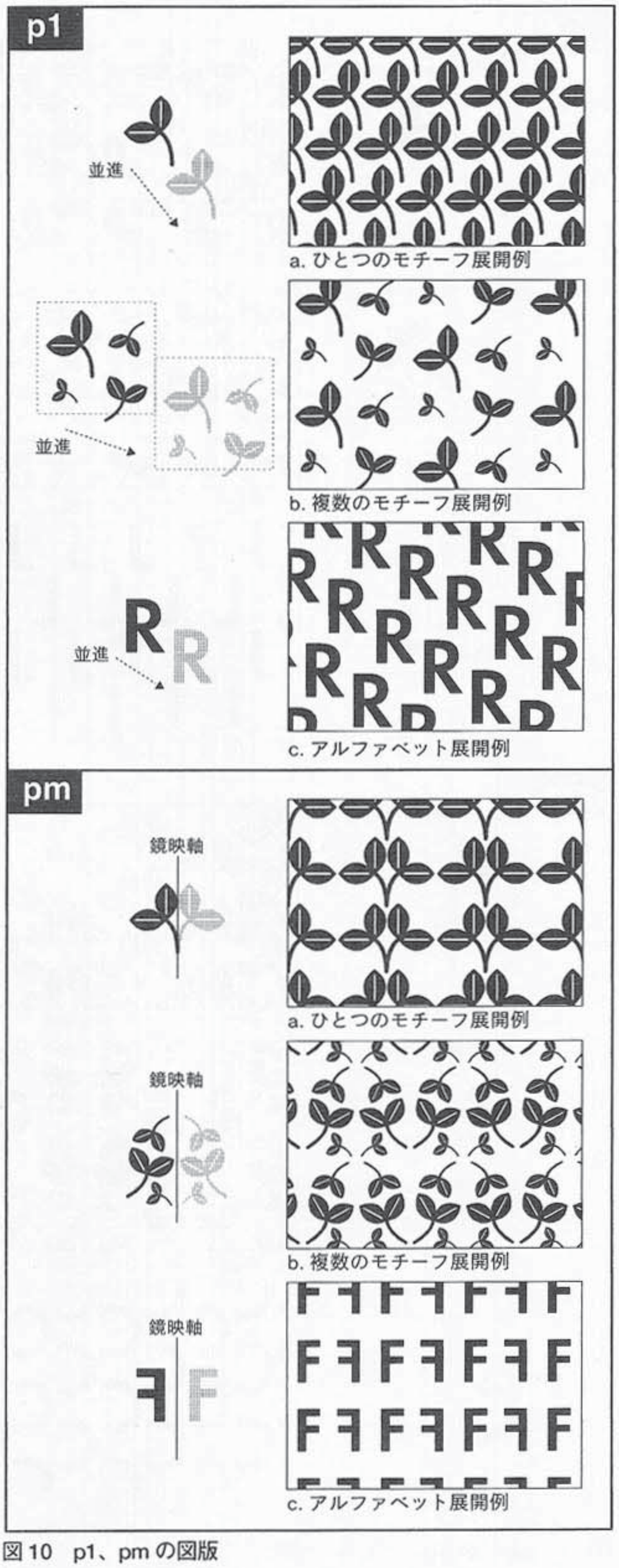


図10　p1、pmの図版

はステップ送りという方法で作られている。その制作工程をみると、スクリーンや板木をp1移動して捺染・型押しているのがみとめられる。バティック柄で使われるチャップという金型スタンプを思い浮かべると、p1の移動操作が直感的にイメージできるかもしれない。次にpmについて、模様づくりの上では、図10で提示した鏡映軸で説明は充分と思われるが、展開させることで新たな「対称性」があらわれてくる。これを次の図11.13

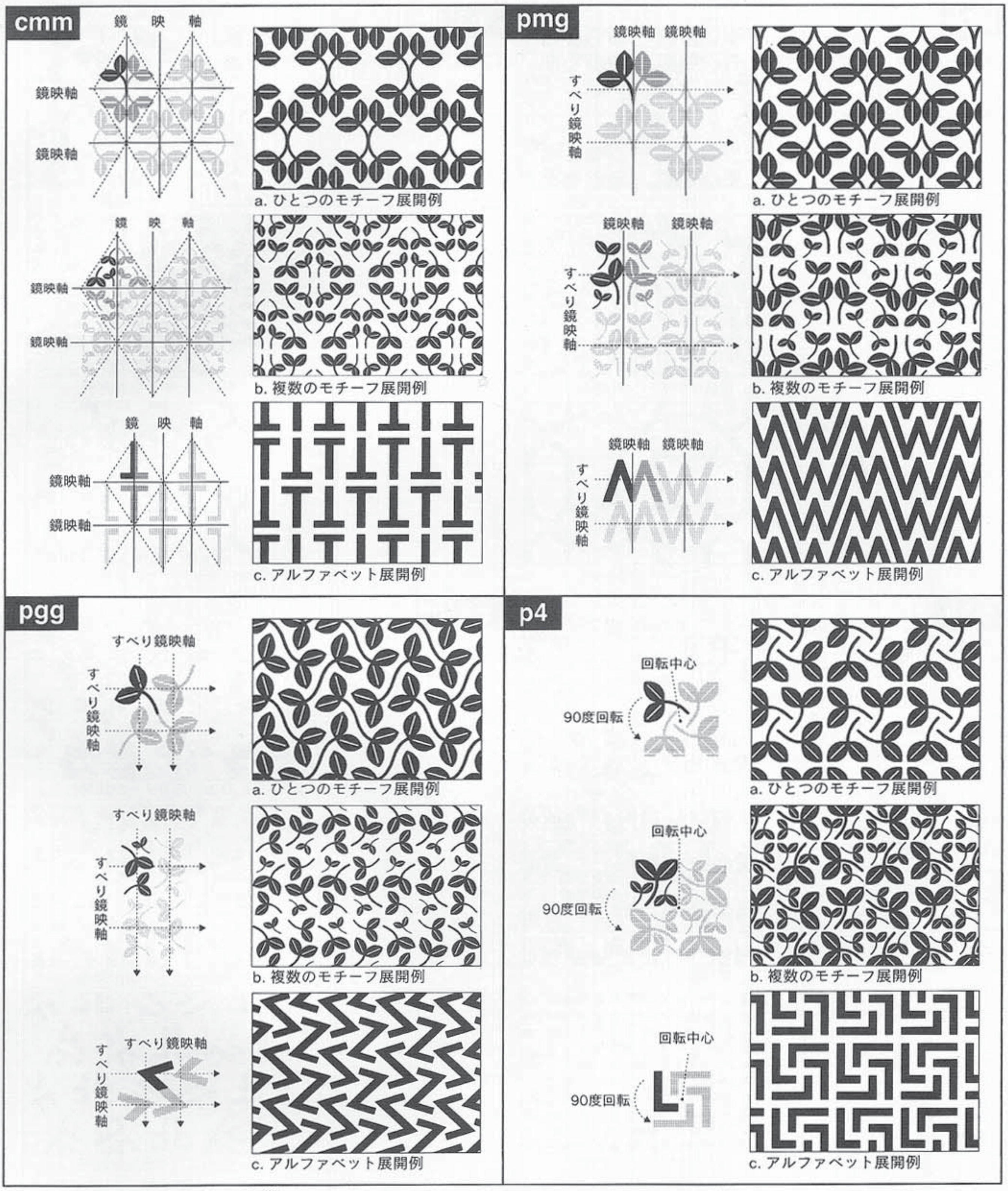


図 13　cmm、pgg、pmg、p4 の図版

鏡映をさらに鏡映させると当然のことながら元に戻る。図 12 の pgg ではすべり鏡映がくり返されるので、p2 と同じ回転モチーフがあらわれてくる。図 13 の pgg では、二方向のすべり鏡映軸を明示するにあたり図中の説明にならざるを得なかったが、模様作りにおいては図 14 の移動操作の方が実践的である。つまり p2 展開させたモチーフをひと単位にして、すべり鏡映させるわけである。同じ結果が得られる。

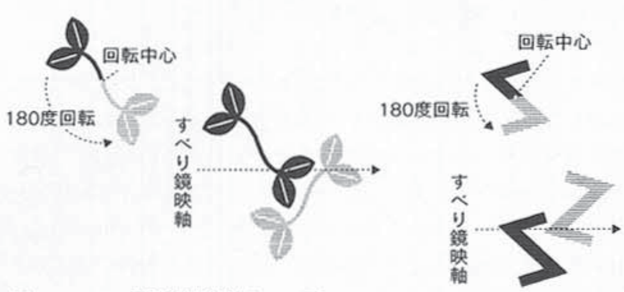


図 14　pgg の移動操作について

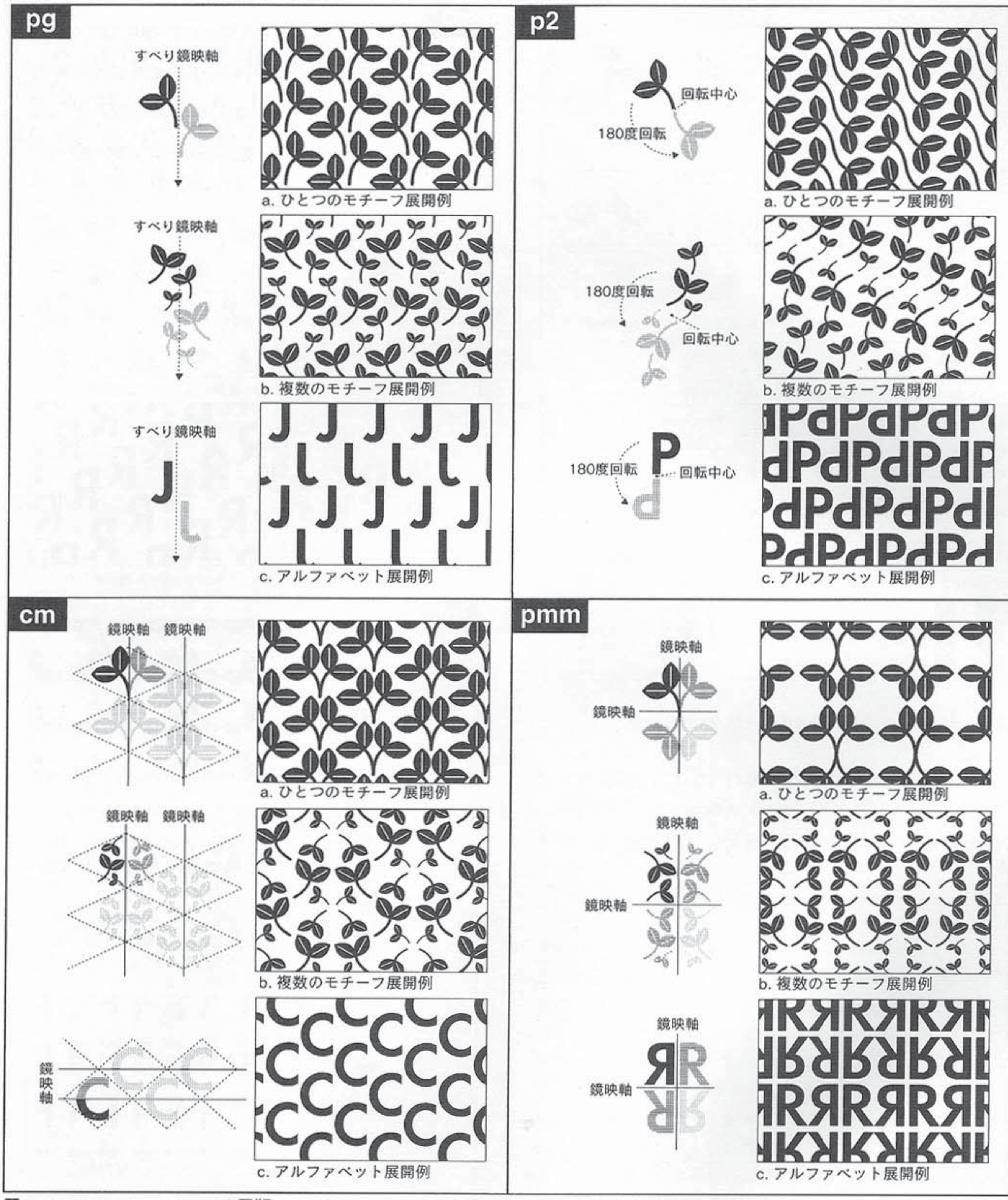


図11　pg、cm、p2、pmm の図版

のcm、cmmで説明すると、鏡映展開したにもかかわらず、すべり鏡映軸があらわれる（図12）。他にも、同じように結果的にあらわれてくる「対称性」があるが、必要最小限の情報で模様づくりに専念できるよう、特に注意が必要な場合を除いて説明を省略した。なお図11、13のなかでcmとcmmのみが、ひし形の格子上で展開される。わが国の伝統文様では青海波がcmであり、他に菱文や立涌文に多くのcmm例がみられる。

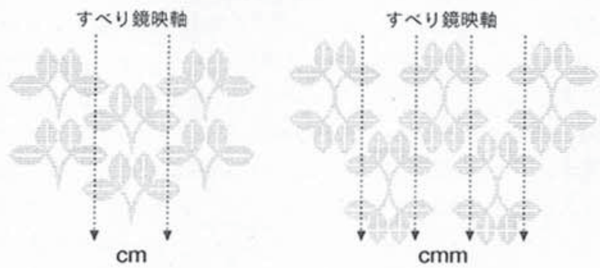


図12　cm、cmm にあらわれるすべり鏡映軸

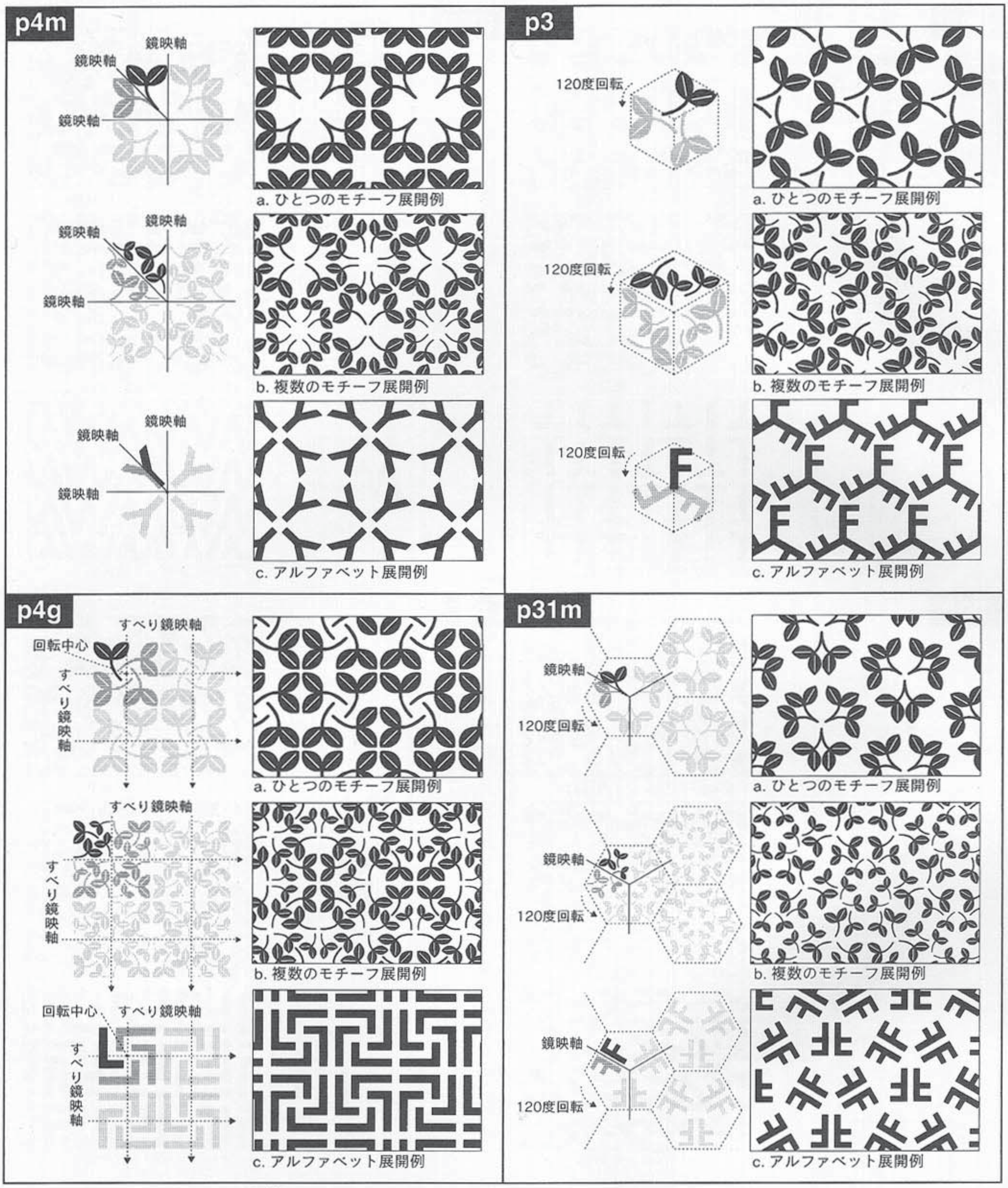
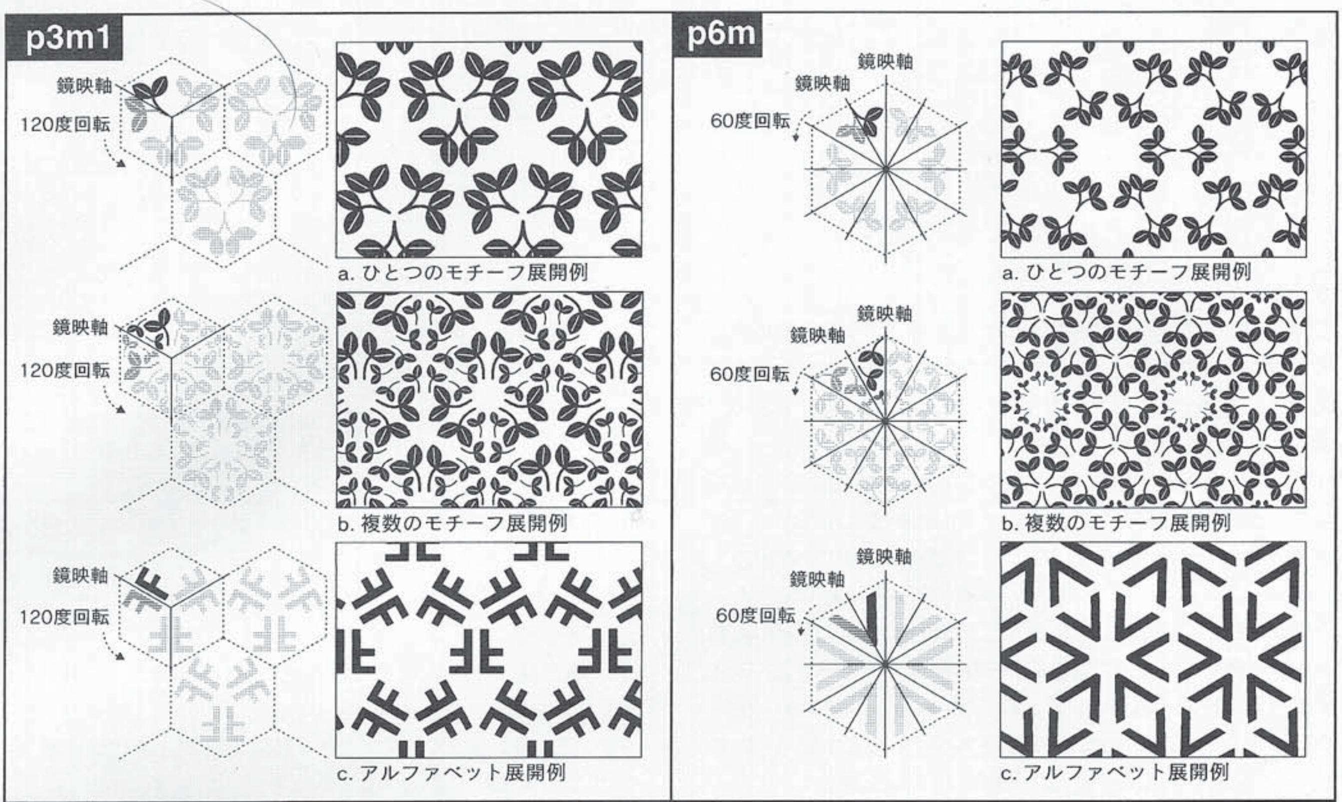


図15　p4m、p4g、p3、p31m の図版

図15のp4mの移動操作は、装飾タイルに描かれる方法としてポピュラーである。建造物を彩る装飾タイルは、わが国では歴史は浅いが、中東や西欧では歴史が非常に古く、p4mは古典的な移動操作といえよう。このp4mで描かれたタイルが床面に貼られた場合のメリットを考えるとしたら、どの方向からみても同じ印象にみえることである。回転による移動操作も120度回転、90度回転、60度回転になると、無方向性が模様の特徴としてあらわれてくる。p4gの移動操作からは、わが国の伝統文様である“さやがた”をはじめ数多くの傑作模様が生みだされている。同じくわが国の人気ある伝統文様としては、p6mの移動操作による“あさのは”がある。

120度回転、60度回転になると、イスラムの装飾パターンの独壇場となる。偶像を排するという教義上の理由から、イスラム文化は他には類がみられない高度に抽象化した幾何学パター



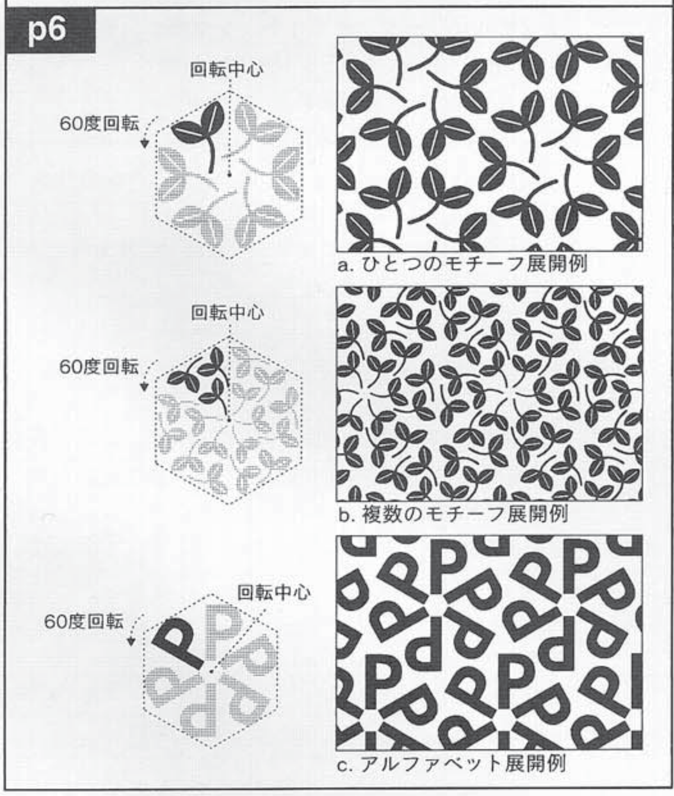


図 16　p3m1、p6、p6m の図版

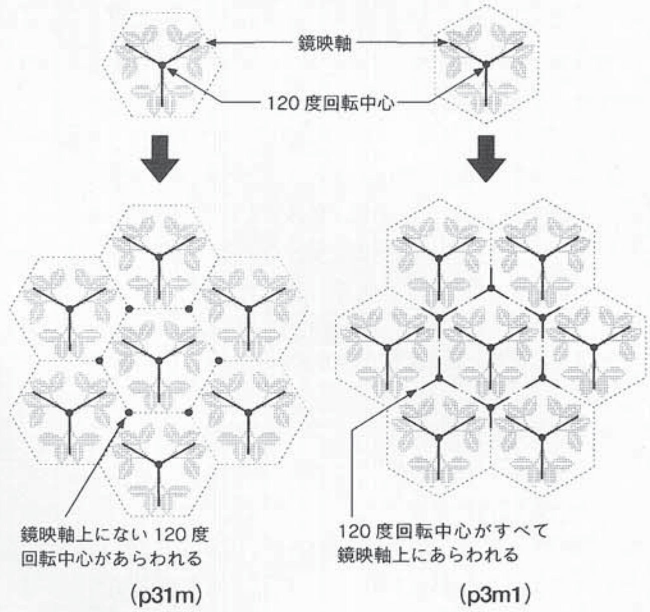


図 17　p31m と p3m1 の違い

ンを発展させた。図 15 の p3 は、過去においても現代においても、作例を探しだすのにとても苦労する。しかしイスラムの装飾パターンだけは例外で、p3 の好例を容易に探しだすことができる。p6 においても同様のことがいえる。

図 15 の p31m と図 16 の p3m1 の違いは、同じ正六角形格子内での鏡映軸の位置取りにある。その結果、組み合わせたときの「対称性」が異なってくる。p31m では鏡映軸上にない 120 度回転中心があらわれるのに対して、p3m1 では 120 度回転中心がすべて鏡映軸上にあらわれる（図 17）。

なお、この 17 種には 1、2、3…のような通し番号はつけられていない。そのかわりに国際 X 線結晶学が定める p1, pm, pg, cm…などの共通表記がもちいられている。p は primitive（単純格子）、m は mirror（鏡映）、g は glide（すべり鏡映）、c は face centerd（面心格子あるいは有心格子）をしめし、数字は n 回割りの回転をしめす。たとえば p4g ならば、面心格子ではない単純格子上で展開される、4 回割り（＝ 90 度回転）＋すべり鏡映による移動操作であることがわかる。表記そのものが格子や移動操作をあらわしているので、慣れると便利な表記といえる。

5．まとめ

本稿では、平面上にくり返されるあらゆる模様は、対称性をキーワードに分類すると17種になるという数学のトピックス、通称“17種のウォールペーパー・パターン”を、デザインの問題として受けとめた。現在、“17種のウォールペーパー・パターン”をあらわす図版がいくつか提示されているが、それらは数学者が教科題材として描いた17図版である。デザイナーによるデザイナーのための17図版は、まだあらわれていない。

本稿では、過去、ルイス・デイが模様制作者に対して数々の有効な図版を提示したことに習って、デザイナーが17種の移動方法と特徴が一目で把握できるような17図版考案をこころみた。そのため、17種それぞれに、a,単一でのモチーフ展開例、b,複数のモチーフでの展開例、c,アルファベット文字を使用した展開例の3種の図版を提示した。本稿の17図版を通じて、デザイナーが身近な問題として“17種のウォールペーパー・パターン”を理解し、創作の手助けとなれば幸いである。また本稿の17図版をヒントに、他のデザイナーがより有効な図版を提示されれば、さらに望ましい。

平面（二次元）上のくり返し模様は17種あるが、一直線（一次元）上のくり返し模様は7種あることが数学の世界であきらかにされている。ルイス・デイが苦労したボーダー・パターンの解説も、今ならこの7種を提示することで合理的な説明が可能である。“17種のウォールペーパー・パターン”のみならず、7種のボーダー・パターンを含めて、引き続き研究をかさね、デザインの世界に貢献していきたい。

注および参考文献

1）シャットシュナイダー, ドリス, 梶川泰司訳：エッシャー・変容の芸術, 日経サイエンス社, 27, 1991

2）海野弘：装飾芸術論, 美術出版社, 195～218, 1973

3）ヴァイル,H., 遠山啓訳：シンメトリー, 紀伊國屋書店,113, 161～162, 1970

4）コクセター, 銀林浩訳：幾何学入門, 明治図書, 450, 1965

5）伏見康治, 安野光雅, 中村義作：美の幾何学, 中公新書, 63～75, 1979

6）前掲1）, 23

7）ステュアート, イアン, 須田不二夫・三村和男訳：対称性の破れが世界を創る, 白揚社, 288, 1955

8）Speiser, A., : Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung, Dover, 86～90, 1945

9）ゴンブリッチ, E.H., 白石和也訳：装飾芸術論, 岩崎美術社 146, 1989

10）広部達也・武内照子：デザインの図学, 文化出版局, 29～38, 1985

11）佐口七朗：パターンデザイン, ダヴィッド社, 13, 1977

12）難波誠：群と幾何学, 現代数学社, 75, 1997

13）Grünbaum / Shephard : TILING AND RATTERNS, FREEMAN, 40～42, 1987

14）ピーターソン, アイヴァース, 奥田晃訳：現代数学ミステリーツアー, 新曜社, 91, 1992

15）デブリン, キース, 山下純一訳：数学：パターンの科学, 日経サイエンス社, 259, 1995

16）Bix, R. : Topics in Geometry, Academic Press, 225～236, 1994

17）難波誠：幾何学12章, 日本評論社 ,60, 2000

18）Lewis Day : Pattern Design, Dover, 1999

19）デュラント, スチュアート, 藤田治彦訳：近代装飾事典, 岩崎美術社, 173, 1991

20）ディジタルイメージクリエイション編集委員会：ディジタルイメージクリエイションーデザイン編CG─, 財団法人画像情報教育振興協会, 21, 2001
他に、日本図学会編：美の図学, 森北書店, 86, 1998

21）Manfred Klein, 他, 組版工学研究会監訳：欧文書体入門 Type & Typographers, 朗文堂, 1992
他に、フルティガー, アドリアン、組版工学研究会監訳：活字の宇宙, 朗文堂, 2001など

図表出典

表1 前掲4）, 450

表2 甲藤麻衣子・顔紅梅・近藤誠道・三橋俊雄・河西立雄：正倉院裂く繰り返し紋様の研究, デザイン学研究 2001 第48回研究発表大会概要集, 397, 2001

図1 前掲1）, 23

図2 前掲3）, 161～162

図3 前掲6）, 288
前掲7）, 86～90
前掲3）, 161～162
前掲11）, 94
前掲14）, 60

図4 前掲16）, 16, 37

図5 前掲17）, 173

図6 前掲18）, 21　同図版では正p4m表記が2箇所あり、本稿ではそのうちのひとつをp4gに訂正・掲載した。